

Olimpiai Iskola, 2025. szeptember 11.

1. A Nagy Szerkesztő meghúzta rajzlapján az e és f egyeneseket és felvette a rájuk nem illeszkedő P pontot. Gondolta, összeköti P -t a két egyenes metszéspontjával, amikor felugrott a rajzasztalra Kormos, a macska. Éppen a metszéspont fölött telepedett le, kicsit dorombolt, majd elszunyókált. Hogyan húzhatná meg a Nagy Szerkesztő a kívánt egyenes P -n áthaladó részét?

2. A Nagy Szerkesztő lerajzolta puha grafit cerkával az ABC háromszöget és felvett a belsejében egy P pontot. Filctollal meghúzta a PA , PB , PC egyeneseket és kijelölt a háromszög minden oldalán egy-egy pontot, BC -n A' -t és így tovább B' -t és C' -t. Ekkor felugrott a rajzasztalra Kormos, kicsit sündörgött és bundája a puha grafitral rajzolt háromszöget letörölte. Segítsünk a Nagy Szerkesztőnek restaurálni az ábrát!

3. A Nagy Szerkesztő megrajzolt egy kört és kijelölt rajta egy pontot. Megszomjazott és kiment a konyhába inni egy pohár vizet. Visszatérve a körzöt nem lelte, csak egy egyenes vonalzót. Meg tudja-e húzni a kört P -ben érintő egyenest?

4. Az $ABCD$ paralelogramma BC oldalán van E , CD oldalán van F , $BE = FD$. Legyen BF és ED metszéspontja P . Igazoljuk, hogy AP felezi a paralelogramma A -nál levő szögét. (OKTV)

5. Az $ABCD$ érintőnégyyszög beírt köre az oldalakat a $KLMN$ pontokban érinti. Igaz-e, hogy $ABCD$ és $KLMN$ átlóinak metszéspontja ugyanaz?

6. Az ABC köré írt körét B -ben és C -ben érintő egyenesek metszéspontja A' . Igazoljuk, hogy a hasonlóan definiált pontokra AA' , BB' és CC' egy ponton mennek át.

7. Az ABC köré írt kört A -ban érintő egyenes BC -t A_1 -ben metszi. Igazoljuk, hogy a hasonlóan definiált pontokra A_1 , B_1 és C_1 egy egyenesen vannak.

8. Az O_1 és O_2 középpontú k_1 és k_2 köröket kívülről érinti k_3 rendre az A és B pontokban, a k_3 -tól különböző sugarú k_4 kör pedig rendre a C és D pontokban. Igazoljuk, hogy O_1O_2 , AB és CD egy ponton mennek át.

9. Az ABC háromszögbe írható kör O középpontjára illeszkedő e egyenes az AB és AC oldalakat M és N pontokban metszi. D és E a BO és CO egyenesek olyan pontjai, amelyre $ND \parallel ME \parallel BC$. Igazoljuk, hogy az A , D és E pontok egy egyenesre illeszkednek. (NMMV 2011/12/3.)

10. Az ABC háromszög belső pontja P , ennek merőleges vetülete az AC és BC egyeneseken rendre P_1 és P_2 . Legyen C merőleges vetülete az AP és BP egyeneseken rendre Q_1 és Q_2 . Igazoljuk, hogy amennyiben mindezen pontok különbözőek, akkor AB , P_1Q_2 és P_2Q_1 egy ponton mennek át.

11. Egy kör az ABC háromszög minden oldalának egyenesét két pontban metszi. A BC egyenes és a kör két metszéspontjában a körhöz húzott érintők metszéspontja legyen A' . Hasonlóan definiáljuk B' -t és C' -t. Igazoljuk, hogy AA' , BB' és CC' egy ponton mennek át.